

La Prépa des INP

Mercredi 19 novembre 2014

Contrôle de circuits électriques 1A

DURÉE : 1 H 30

Remarques

- Les documents ne sont pas autorisés pour cette épreuve.
- L'utilisation des calculatrices est autorisée pour cette épreuve.
- Il sera tenu compte de la rédaction des copies : il est en particulier recommandé d'encadrer les résultats.

I. Puissance en courant continu (6 points)

Une source idéale de tension E constante alimente une installation électrique, modélisée par une résistance R , à travers une ligne électrique de résistance $r = 1\ \Omega$ (figure 1). On note P_F la puissance électrique fournie par le générateur, P_{Li} la puissance électrique perdue par effet Joule dans la ligne électrique et P_u la puissance utile consommée dans l'installation c'est-à-dire dans la résistance R .

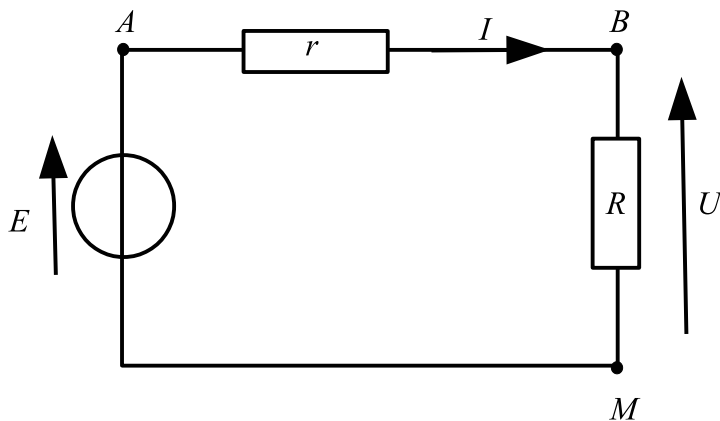


Figure 1

- I.1. La tension aux bornes de l'installation est fixée à $U = 10\ \text{V}$ et l'installation consomme une puissance $P_u = 100\ \text{W}$.
- a) Calculer l'intensité du courant I circulant dans l'installation et la valeur de la résistance R .

- b) Calculer la puissance perdue par effet Joule P_{Li} .
- c) Calculer E et la puissance P_F .
- d) En déduire le rendement de l'installation : $\eta = \frac{P_u}{P_F}$.

I.2. L'installation est modifiée pour fonctionner sous une tension U qui vaut maintenant $U' = 100 \text{ V}$. La puissance P_u demeure inchangée à 100 W .

- a) Calculer les nouvelles valeurs du courant I' , de la résistance R' , des puissances P'_{Li} et P'_F .
- b) En déduire le nouveau rendement de l'installation : $\eta' = \frac{P_u}{P'_F}$.
- c) Quelle est la tension U qui assure le meilleur rendement ?

II. Circuit en régime permanent continu (6 points)

Le circuit représenté sur la figure 2 comporte deux sources idéales de tension E et E_1 constantes et quatre résistances R , R_1 , R_2 et R_3 . On cherche à déterminer les intensités des courants I , I_1 et I_2 à l'aide des lois de Kirchhoff.

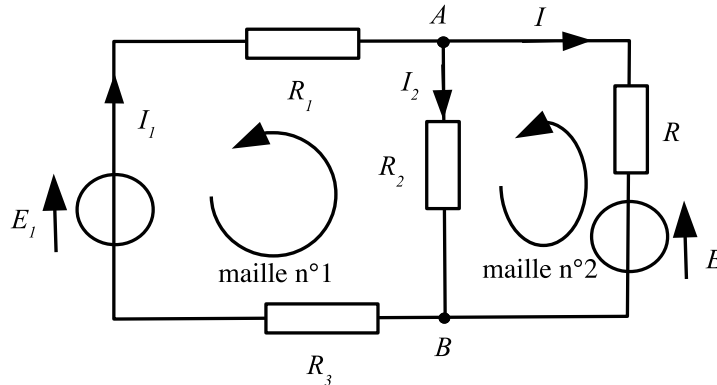


Figure 2

- II.1.** Ecrire la loi des noeuds en A et B .
- II.2.** Ecrire deux équations de mailles en choisissant les mailles n° 1 et n° 2 indiquées sur la figure 2.
- II.3.** Déduire des équations précédente un système de deux équations dont les courants I_1 et I_2 sont les seules inconnues.
- II.4.** On donne $R = 5 \Omega$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ et $R_3 = 2 \Omega$, $E = 5 \text{ V}$, $E_1 = 20 \text{ V}$. Calculer I_1 et I_2 puis I .

III. Circuit du premier ordre en régime transitoire (8 points)

Le circuit de la figure 3 est alimenté par une source idéale de tension E et comprend deux résistances r et R et un condensateur de capacité C . Initialement fermé depuis un temps très long, l'interrupteur K est ouvert à l'instant $t = 0$ de sorte qu'à $t \geq 0$, l'intensité du courant traversant la résistance R est nulle.

- III.1.** Donner la relation qui relie l'intensité $i_C(t)$ traversant un condensateur avec la tension à ses bornes $u(t)$.

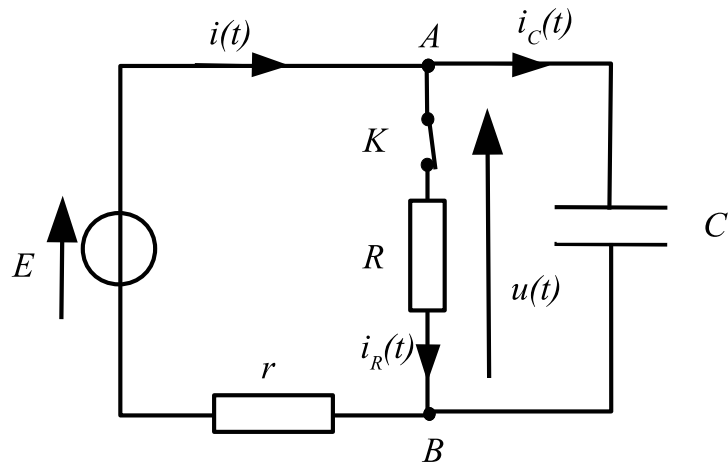


Figure 3

III.2. Détermination des conditions initiales.

- On se place à $t < 0$, en régime permanent continu quand l'interrupteur K est fermé et que la tension $u(t)$ est constante. Déterminer les intensités des courants $i_C(t)$ traversant C , $i(t)$ délivré par le générateur et $i_R(t)$ traversant R en fonction de E , r et R .
- En déduire, à $t < 0$, l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes de C et R .
- En déduire la valeur de $u(t = 0^+)$, c'est à dire à l'instant choisi comme origine des temps quand l'interrupteur vient d'être ouvert.

III.3. Détermination du régime transitoire

- Après l'ouverture de l'interrupteur, à l'instant $t = 0^+$, montrer que la tension $u(t)$ aux bornes de C vérifie une équation différentielle qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u(t) = \frac{E}{rC}$$

On exprimera la grandeur τ en fonction de r et C .

- Déterminer l'évolution temporelle de la tension $u(t)$ en fonction de E , r , R et C .